

УДК 535.214

## СТАЦИОНАРНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АТОМОВ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ СТОЯЧЕЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

*Д.В. Бражников, Р.Я. Ильенков, О.Н. Прудников, А.В. Тайченачев,  
В.И. Юдин, А.Н. Гончаров, А.М. Шилов*

### Аннотация

В работе исследованы стационарные распределения двухуровневых атомов по импульсам и координатам в поле одномерной стоячей световой волны произвольной интенсивности. Расчеты основаны на точном квантовом кинетическом уравнении для матрицы плотности с полным учетом эффектов отдачи. В режиме сильного поля обнаружен качественно новый эффект – аномальная локализация атомов не в минимумах оптического потенциала.

**Ключевые слова:** кинетика атомов в лазерном поле, оптические решетки, лазерное охлаждение атомов, эффект отдачи.

---

### Введение

При взаимодействии атомов с электромагнитными полями происходит как обмен энергией, так и обмен импульсом. Это позволяет использовать лазерное излучение как тонкий и весьма эффективный инструмент для фокусировки, ускорения, замедления (охлаждения) или локализации атомов. Теория лазерного охлаждения нейтральных атомов и ионов находится на стыке современной атомной и оптической физики (см., например, [1–5]). В настоящее время это направление активно развивается в передовых научных центрах. Лазерное охлаждение и пленение нейтральных атомов нашло множество поистине захватывающих применений фундаментального характера: конденсация Бозе–Эйнштейна, атомная нанолитография, квантовая информатика и атомная интерферометрия. Особенно стоит указать на большие перспективы в области метрологии. В частности, лазерное охлаждение и пленение вместе с современными прецизионными спектроскопическими методами позволяют разрабатывать оптические стандарты частоты нового поколения с беспрецедентной точностью (вплоть до  $10^{-17}$  [6, 7]). Отметим, что работы в области лазерного охлаждения были удостоены Нобелевской премии по физике в 1997 г. (Клод Коэн-Таннуджи (Claude Cohen-Tannoudji), Франция; Стивен Чу (Steven Chu) и Уильям Дэниел Филиппс (William Daniel Phillips), США).

На сегодняшний день разработаны различные методы и техника лазерного охлаждения и локализации атомов (магнитооптические ловушки, оптические решетки, дипольные ловушки различных конфигураций и др.), позволяющие охлаждать атомы до ультранизких температур (вплоть до сотен нанокельвинов). Для понимания физики, лежащей в основе процессов охлаждения, были развиты различные методы расчета. Так как теоретический анализ взаимодействия реальных атомов с электромагнитными полями достаточно сложен (с учетом поляризации полей, обмена энергией и импульсом), часто применяется так называемое квазиклассическое приближение, когда средний атомный импульс  $p_a$  значительно превышает импульс фотона  $\hbar k$ , то есть  $\hbar k/p_a \ll 1$  (где  $\hbar$  – постоянная Планка,  $k$  –

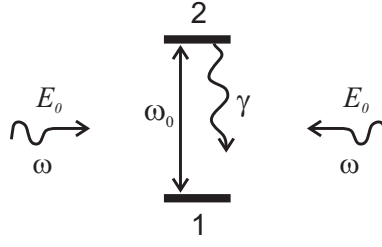


Рис. 1. Двухуровневый атом в поле стоячей волны

волновое число). Это приближение позволяет изучать кинетику атомов на основе приближенного уравнения (Фоккера–Планка) вместо точного уравнения на матрицу плотности [8]. Однако вопрос о поведении атомов в существенно квантовых режимах ( $\hbar k/p_a \sim 1$ ) остается в значительной степени открытым.

В настоящей работе представлены результаты расчетов стационарных распределений двухуровневых атомов в одномерной оптической решетке вне рамок часто используемых приближений (квазиклассического, секулярного, приближения медленных атомов и др.). В основу исследований положен разработанный нами новый метод решения квантового кинетического уравнения относительно матрицы плотности с полным учетом эффектов отдачи [9]. Этот метод позволяет исследовать распределения атомов как в координатном, так и в импульсном пространствах для произвольной интенсивности светового поля. В «квазиклассическом режиме» (когда частота отдачи  $\omega_r$  много меньше скорости спонтанной релаксации  $\gamma$ ) в условиях сильного поля была обнаружена аномальная локализация атомов. В «квантовом режиме» ( $\omega_r \sim \gamma$ ) были получены сложные многопиковые распределения атомов в импульсном пространстве, что согласуется с результатами других авторов [10, 11].

### 1. Постановка задачи

Для нахождения стационарного решения точного квантового кинетического уравнения относительно матрицы плотности мы применим новый метод [9] для частного случая двухуровневого атома (см. рис. 1). Вместо «квазиклассического» вигнеровского представления  $\hat{\rho}(x, p)$  мы будем использовать двухточечное представление для матрицы плотности  $\hat{\rho}(x_1, x_2)$ , так как в этом случае расчеты значительно упрощаются. Кинетическое уравнение имеет вид [2]

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}(x_1, x_2) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}(x_1) \hat{\rho}(x_1, x_2) - \hat{\rho}(x_1, x_2) \hat{H}(x_2)] + \hat{\Gamma} \{ \hat{\rho}(x_1, x_2) \}. \quad (1)$$

Полный гамильтониан атома  $\hat{H}$  состоит из трех слагаемых

$$\hat{H}(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{H}_0 + \hat{V}(x).$$

Первое слагаемое в этом выражении соответствует оператору кинетической энергии атома, второе слагаемое описывает внутреннюю структуру свободного атома (зависит только от внутренних степеней свободы), а оператор  $\hat{V}$  характеризует дипольное взаимодействие атома с полем стоячей световой волны. В одномерном случае и в резонансном приближении для оператора взаимодействия справедливо представление

$$\hat{V} = -\hat{d}E = -\hbar R(x) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $R(x) = R_0 \cos(kx)$ ,  $R_0 = dE_0/\hbar$  – частота Раби,  $d$  – матричный элемент оператора дипольного момента атома,  $E_0$  – амплитуда поля стоячей волны. В резонансном приближении

$$\hat{H}_0 = -\hbar\delta \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь  $\delta = \omega - \omega_0$  – отстройка частоты поля от частоты атомного перехода. Оператор  $\hat{\Gamma}$  в (1) описывает спонтанную релаксацию с учетом эффекта отдачи. Явный вид этого оператора будет приведен ниже.

В настоящей работе мы будем интересоваться стационарным решением уравнения (1), поэтому полагаем  $(\partial/\partial t)\hat{\rho} = 0$ . Кроме того, от координат  $x_1$  и  $x_2$  перейдем к новым координатам  $x = (x_1 + x_2)/2$  и  $q = x_1 - x_2$ . В новых координатах уравнение (1) запишется как

$$-\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} \hat{\rho}(x, q) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_0, \hat{\rho}] - \frac{i}{\hbar} [\hat{V}(x + q/2) \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{V}(x - q/2)] + \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}. \quad (4)$$

Приведем явный вид оператора спонтанной релаксации

$$\hat{\Gamma} = -\frac{\gamma}{2} \begin{pmatrix} -2f(q)\rho_{22} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 2\rho_{22} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $\gamma$  – константа спонтанной релаксации, а  $f(q)$  представляет собой следующее выражение [2]:

$$f(q) = \frac{3}{2} \left[ \frac{\cos(q)}{q^2} - \frac{\sin(q)}{q^3} + \frac{\sin(q)}{q} \right].$$

Легко видеть, что в отсутствие отдачи ( $q \rightarrow 0$ ) это выражение равно единице.

Далее, учитывая (2)–(5), запишем систему уравнений относительно элементов матрицы плотности

$$\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} \rho_{11} + \gamma f(q) \rho_{22} = \frac{i}{\hbar} [R(x + q/2) \rho_{21} - R(x - q/2) \rho_{12}], \quad (6)$$

$$\left( \frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} - \gamma \right) \rho_{22} = \frac{i}{\hbar} [R(x + q/2) \rho_{12} - R(x - q/2) \rho_{21}], \quad (7)$$

$$\left( \frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\gamma}{2} - i\delta \right) \rho_{12} = \frac{i}{\hbar} [R(x + q/2) \rho_{22} - R(x - q/2) \rho_{11}], \quad (8)$$

$$\left( \frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\gamma}{2} + i\delta \right) \rho_{21} = \frac{i}{\hbar} [R(x + q/2) \rho_{11} - R(x - q/2) \rho_{22}]. \quad (9)$$

Здесь элементы  $\rho_{11}$  и  $\rho_{22}$  описывают населенности основного и возбужденного уровней соответственно, а  $\rho_{12} = \rho_{21}^*$  – оптические когерентности. Систему (6)–(9) можно записать в следующем матричном виде:

$$\frac{i\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial q} \frac{\partial}{\partial x} \rho = \hat{L} \rho, \quad (10)$$

где  $\rho$  – вектор-столбец, составленный из элементов матрицы плотности, а  $\hat{L}$  – матрица  $4 \times 4$  (лиувиллиан). Вид системы (6)–(9) позволяет искать решение в форме разложения Фурье

$$\rho(x, q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_n(q) e^{inkx}, \quad (11)$$

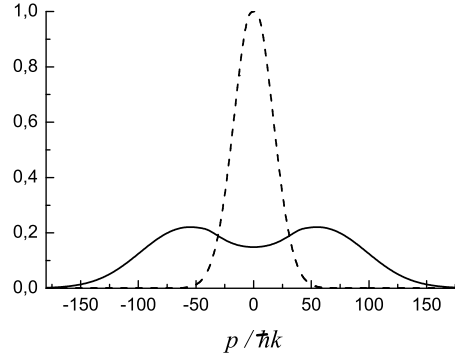


Рис. 2. Распределение атомов по импульсам в режиме слабого ( $R = 0.1\gamma$ , штриховая линия) и сильного ( $R = \gamma$ , сплошная линия) поля. Частота отдачи  $\omega_r = 5 \cdot 10^{-3}\gamma$ ,  $\delta = -\gamma$

в то время как сам лиувиллиан можно представить в виде

$$\hat{L}(x, q) = \hat{L}_0(q) + \hat{L}_+(q) e^{ikx} + \hat{L}_-(q) e^{-ikx}. \quad (12)$$

Подставляя (11) и (12) в (10), приходим к системе, содержащей только одну переменную  $q$ :

$$\frac{\hbar k n}{m} \frac{\partial}{\partial q} \rho_n = \hat{L}_0 \rho_n + \hat{L}_+ \rho_{n-1} + \hat{L}_- \rho_{n+1}. \quad (13)$$

Для исключения тривиального решения эта однородная система должна быть дополнена условием нормировки:  $\rho_{11} + \rho_{22} = 1$  при  $q = 0$ ,  $n = 0$ . Подчеркнем удобство использования матрицы плотности в двухточечном представлении  $\hat{\rho}(x, q)$  по сравнению с вигнеровским  $\hat{\rho}(x, p)$  или импульсным  $\hat{\rho}(p_1, p_2)$  представлением, поскольку в последних двух случаях уравнения будут иметь нелокальный вид из-за эффекта отдачи (импульсные переменные будут иметь сдвиг отдачи  $\pm \hbar k$ ).

## 2. Результаты

Рассмотрим квазиклассический режим, то есть полагаем  $\omega_r \ll \gamma$ . Приведем распределения атомов по координатам и импульсам, полученные на основе численного решения системы (13) методом цепных дробей. На рис. 2 изображены импульсные распределения для слабой ( $R \ll \gamma$ ) и сильной ( $R \sim \gamma$ ) стоячих волн. Как можно видеть из рисунка, в первом случае распределение имеет гауссову форму, соответствующую температуре  $T_D \sim \hbar\gamma/k_B$ , что является известным доплеровским пределом охлаждения. В режиме сильной волны распределение имеет два максимума, симметрично отстоящих от нуля. Такое распределение связано с нелинейными эффектами в силе трения, разогревающими медленные атомы (см., например, [1, 2, 12]).

На рис. 3 изображены координатные распределения атомов (отстройка везде предполагается «красной», то есть  $\delta < 0$ ). Как и ожидалось, в случае слабого поля (штриховая линия) из-за действия градиентной силы атомы локализуются в пучностях интенсивности поля, где оптический потенциал минимален (см., например, [2]). Однако по мере увеличения интенсивности поля атомы начинают собираться в узлах поля, то есть в максимумах оптического потенциала (рис. 3, сплошная линия). При некоторых параметрах атомы также могут собираться в точках поворота (на склонах оптического потенциала). Такая аномальная локализация (то есть не в минимумах потенциала при «красной» отстройке) не была известна ранее.

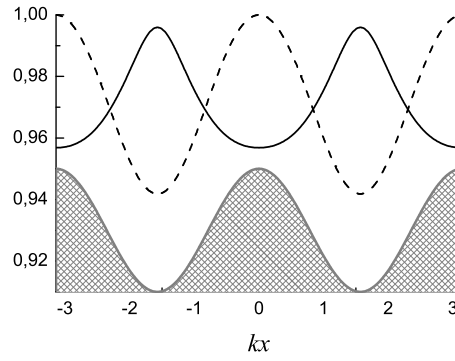


Рис. 3. Координатное распределение атомов в слабом ( $R = 0.1\gamma$ , штриховая линия) и сильном ( $R = \gamma$ , сплошная линия) поле. Внизу графика для удобства приведено схематичное распределение интенсивности поля. Частота отдачи  $\omega_r = 5 \cdot 10^{-3}\gamma$ ,  $\delta = -\gamma$

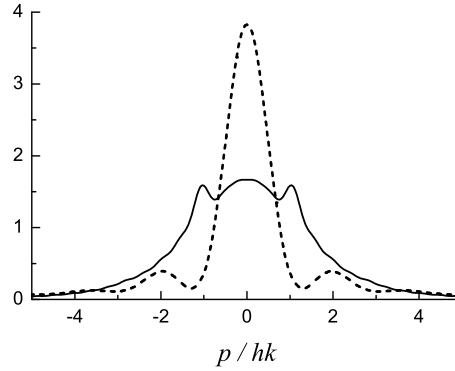


Рис. 4. Импульсное распределение атомов в слабом поле при умеренной и сильной частотах отдачи:  $R = 0.2\gamma$ ,  $\omega_r = 0.15\gamma$ ,  $\delta = -0.5\gamma$  – сплошная линия;  $R = 0.1\gamma$ ,  $\omega_r = \gamma$ ,  $\delta = -1.5\gamma$  – штриховая линия

В представленных выше результатах частота отдачи предполагалась малой ( $\omega_r \ll \gamma$ ). На рис. 4 изображены импульсные распределения атомов в квантовых режимах ( $\omega_r \lesssim \gamma$ ). Как можно видеть, кривые имеют сложную многопиковую структуру. Этот результат находится в качественном согласии с известными результатами других работ [10, 11] и может быть связан с проявлением когерентного пленения населенностей (СРТ) в двухуровневых системах.

### Заключение

В заключение отметим основной результат работы. Мы рассмотрели стационарные распределения двухуровневых атомов по координатам и скоростям в одномерной оптической решетке с полным учетом эффектов отдачи. В режиме сильного поля и малой энергии отдачи наблюдались аномальные особенности в пространственной локализации атомов. В существенно квантовом режиме (при большой энергии отдачи) импульсное распределение имело многорезонансную структуру, связанную с селективным по скорости когерентным пленением населенностей. В дальнейшем планируется исследовать стационарные распределения атомов с учетом реальной структуры уровней энергии оптического перехода (с учетом вырожденности по проекции полного углового момента).

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России 2009–2013» (ГК № 16.740.11.0466 и Соглашение № 8387), РФФИ (проекты № 12-02-00454, 12-02-00403, 11-02-00775, 11-02-01240), Президиума СО РАН и Российского квантового центра.

Молодые ученые Д.В. Бражников, Р.Я. Ильенков и А.М. Шилов были поддержаны грантами Президента РФ (МК-3372.2912.2) и РФФИ (12-02-31208-мол\_а), а также муниципальным грантом г. Новосибирска (2011).

### Summary

*D.V. Brazhnikov, R.Ya. Ilenkov, O.N. Prudnikov, A.V. Taichenachev, V.I. Yudin, A.N. Goncharov, A.M. Shilov.* Steady-State Distributions of Atoms in a Strong Standing Light Wave.

This paper studies steady-state momentum and coordinate distributions of two-level atoms in a one-dimensional standing light wave of arbitrary intensity. The calculations are based on a quantum kinetic equation for the density matrix with a complete account of recoil effects. Under the strong field a fundamentally new effect is revealed. It consists in an anomalous localization of atoms, which tend to accumulate out of the minimums of optical potential.

**Keywords:** kinetics of atoms in a laser field, optical lattices, laser cooling of atoms, recoil effect.

### Литература

1. *Миногин В.Г., Летохов В.С.* Давление лазерного излучения на атомы. – М.: Наука, 1986. – 224 с.
2. *Казанцев А.П., Сурдутович Г.И., Яковлев В.П.* Механическое действие света на атомы. – М.: Наука, 1991. – 190 с.
3. *Cohen-Tannoudji C.* Atomic motion in laser light. – Paris: Elsevier Sci. Pub., 1992. – 164 p.
4. *Adams C.S., Riis E.* Laser cooling and trapping of neutral atoms // *Prog. Quant. Electr.* – 1997. – V. 21, No 1. – P. 1–79.
5. *Metcalf H.J., van der Straten P.* Laser cooling and trapping. – N. Y.: Springer-Verlag, 2002. – 323 p.
6. *Takamoto M., Hong F.-L., Higashi R., Katori H.* An optical lattice clock // *Nature*. – 2005. – V. 435. – P. 321–324.
7. *Taichenachev A.V., Yudin V.I., Oates C.W., Hoyt C.W., Barber Z.W., Hollberg L.* Magnetic field-induced spectroscopy of forbidden optical transitions with application to lattice-based optical atomic clocks // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – V. 96, No 8. – P. 083001-1–083001-4.
8. *Миногин В.Г.* Кинетическое уравнение для атомов, взаимодействующих с лазерным излучением // *Журн. эксперим. и теорет. физики*. – 1980. – Т. 79. – С. 2044–2056.
9. *Прудников О.Н., Ильенков Р.Я., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И.* Стационарные состояния ансамбля атомов малой плотности в монохроматическом поле с учетом эффектов отдачи // *Журн. эксперим. и теорет. физики*. – 2011. – Т. 139, Вып. 5. – С. 1074–1080.
10. *Doery M.R., Vredenburg E.J.D., Bergeman T.* Quantum dynamics and cooling of atoms in one-dimensional standing-wave laser fields: Anomalous effects in Doppler cooling // *Phys. Rev. A*. – 1995. – V. 51, No 6. – P. 4881–4899.

11. *Wilkowski D., Chalony M., Kaiser R., Kastberg A.* Low- and high-intensity velocity selective coherent population trapping in a two-level system // *Europhys. Lett.* – 2009. – V. 86, No 5. – P. 53001-1–53001-6.
12. *Aspect A., Dalibard J., Heidmann A., Salomon C., Cohen-Tannoudji C.* Cooling atoms with stimulated emission // *Phys. Rev. Lett.* – 1986. – V. 57, No 14. – P. 1688–1691.

Поступила в редакцию  
27.06.11

---

**Бражников Денис Викторович** – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт лазерной физики СО РАН; старший преподаватель кафедры квантовой электроники, Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия.

**Ильенков Роман Ярославович** – аспирант, Институт лазерной физики СО РАН, г. Новосибирск, Россия.

**Прудников Олег Николаевич** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории физики оптических явлений, Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия.

**Тайченачев Алексей Владимирович** – доктор физико-математических наук, заместитель директора по научной работе, Институт лазерной физики СО РАН; заведующий лабораторией физики оптических явлений, Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия.

**Юдин Валерий Иванович** – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт лазерной физики СО РАН; профессор кафедры лазерных систем, Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия.

**Гончаров Андрей Николаевич** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт лазерной физики СО РАН; доцент кафедры квантовой электроники, Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия.

**Шилов Александр Михайлович** – младший научный сотрудник, Институт лазерной физики СО РАН, г. Новосибирск, Россия.

E-mail: *LLF@laser.nsc.ru*